

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

**Estudios Matemáticos**  
**Nivel Medio**  
**Prueba 1**

Lunes 18 de noviembre de 2019 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Estudios Matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujarlo aproximadamente en su respuesta.

1. Complete la siguiente tabla, colocando los tics (✓) necesarios para indicar a cuáles de los conjuntos de números  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  y  $\mathbb{R}$  pertenece cada uno de estos números. Hemos completado la primera fila a modo de ejemplo.

[6]

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\frac{3}{11}$			✓	✓
42				
3,14				
$\sqrt{23}$				
-113				
$\frac{24}{6}$				
$-5\frac{1}{5}$				

Operaciones:



2. M-Line es una empresa que imprime y vende camisetas con diseños personalizados. En cada pedido cobran una cantidad inicial por el diseño y luego una cantidad adicional por cada camiseta que imprimen.

M-Line cobra  $M$  euros por pedido. Este precio está modelizado por la función lineal  $M(x) = 5x + 40$ , donde  $x$  es el número de camisetas del pedido.

- (a) Escriba la cantidad inicial que cobran por el diseño en cada pedido. [1]
- (b) Halle la cantidad total que cobran por un pedido de 94 camisetas. [2]

EnYear es otra empresa que imprime y vende camisetas. El precio,  $N$  euros, que cobran por un pedido se puede modelizar mediante la función lineal  $N(x) = 9x$ , donde  $x$  es el número de camisetas del pedido.

- (c) Escriba el número de camisetas de un pedido por el que EnYear ha cobrado 63 euros. [1]

Hay un pedido de  $p$  camisetas por el que M-Line y EnYear cobrarán la misma cantidad.

- (d) Halle el valor de  $p$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



20EP03

Véase al dorso

3. En Internet se han popularizado una serie de nombres graciosos para referirse a distintos tipos de perros. Tres de estos nombres aparecen mencionados en las siguientes proposiciones.

$p$ : no es un chucho  
 $q$ : es un peludo  
 $r$ : es un perrazo

- (a) Escriba con palabras la proposición compuesta  $p \Rightarrow \neg r$ . [2]
- (b) Escriba en forma simbólica la recíproca de  $p \Rightarrow (\neg q \wedge r)$ . [1]
- (c) Complete la siguiente tabla de verdad. [2]

$p$	$q$	$r$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \underline{\vee} (p \Rightarrow r)$
V	V	V	V	V		V	
V	V	F	V	F		F	
V	F	V	F	V		V	
V	F	F	F	V		F	
F	V	V	V	V		V	
F	V	F	V	F		V	
F	F	V	V	V		V	
F	F	F	V	V		V	

(d) **A partir de lo anterior**, justifique por qué  $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \underline{\vee} (p \Rightarrow r)$  no es una contradicción lógica. [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (d) .....
- .....
- .....



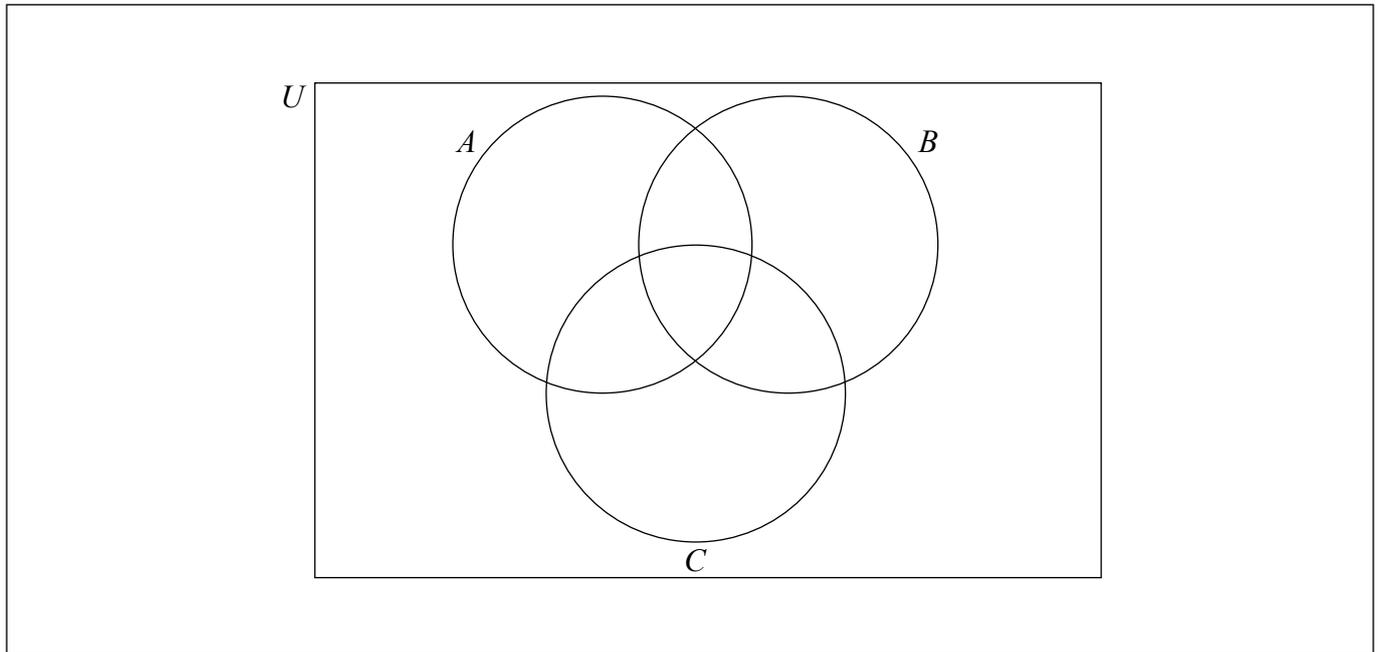
4. Sea  $U$  (conjunto universal) el conjunto de todos los números enteros  $x$  tales que  $1 \leq x < 11$ .  
 $A$ ,  $B$  y  $C$  son subconjuntos de  $U$ .

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

- (a) Escriba  $n(B)$ . [1]
- (b) Complete el siguiente diagrama de Venn utilizando **todos** los elementos de  $U$ . [4]



- (c) Escriba un elemento que pertenezca a  $(A \cup B)' \cap C$ . [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

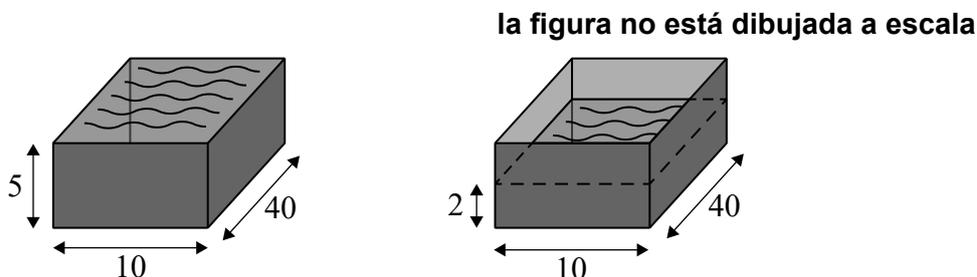
(a) .....

(c) .....



5. Yao extrae todo el aceite de su motocicleta y lo vierte en dos ortoedros idénticos cuya base rectangular mide 10 cm de ancho por 40 cm de largo. La altura de cada ortoedro es igual a 5 cm.

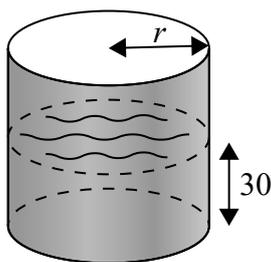
El aceite de la motocicleta llena el primer ortoedro completamente y el segundo ortoedro hasta una altura de 2 cm. Toda esta información se muestra en la siguiente figura.



- (a) Calcule el volumen de aceite que se ha extraído de la motocicleta de Yao. [3]

A continuación Yao vierte todo el aceite de los ortoedros en un contenedor cilíndrico vacío. En dicho contenedor, el aceite alcanza una altura de 30 cm.

**la figura no está dibujada a escala**



- (b) Halle el radio interno,  $r$ , de este contenedor. [3]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



**(Pregunta 5: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



20EP07

**Véase al dorso**

6. La aerolínea Galois Airways tiene vuelos desde el Aeropuerto Internacional de Hong Kong a diversos destinos. La siguiente tabla muestra la distancia,  $x$  kilómetros, que hay entre Hong Kong y los diversos destinos, junto con el correspondiente precio del vuelo,  $y$ , en dólares de Hong Kong (HKD).

Destino	Bali, Indonesia	Sídney, Australia	Bengaluru, India	Singapur	Auckland, Nueva Zelanda	Bangkok, Tailandia
Distancia $x$ (km)	3400	7400	4000	2600	9200	1700
Precio del vuelo $y$ (HKD)	1550	3600	2800	1300	4000	1400

Para estos datos, el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson es igual a 0,948, redondeando a tres cifras significativas.

(a) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar la ecuación de la recta de regresión de  $y$  sobre  $x$ . [2]

La distancia que hay entre Hong Kong y Tokio es de 2900 km.

(b) Utilice su ecuación de regresión para estimar el precio de un vuelo de Galois Airways que vaya de Hong Kong a Tokio. [2]

(c) Explique por qué es válido utilizar la ecuación de regresión para estimar el precio del vuelo entre Hong Kong y Tokio. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- .....
- .....



7. Sea una progresión geométrica donde el primer término es  $\frac{8}{3}$  y el cuarto término es 9.

(a) Halle la razón de la progresión. [2]

(b) Escriba el segundo término de esta progresión. [1]

La suma de los  $k$  primeros términos es mayor que 2500.

(c) Halle el valor más pequeño posible de  $k$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....



20EP09

Véase al dorso

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP10

8. Siân invierte 50 000 dólares australianos (AUD) en una cuenta de ahorro que ofrece un tipo de interés nominal anual del 5,6% **compuesto mensualmente**.

(a) Calcule cuál será el valor de la inversión de Siân al cabo de cuatro años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Transcurrido ese período de cuatro años, Siân saca 40 000 AUD de su cuenta de ahorro y utiliza este dinero para comprarse un coche. Sabemos que el coche se deprecia un 18% cada año.

Después de  $t$  años, el coche tendrá un valor de 2500 AUD.

(b) Halle el valor de  $t$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

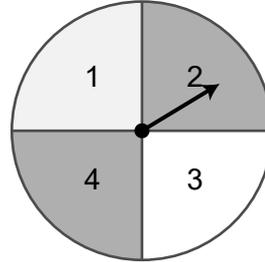
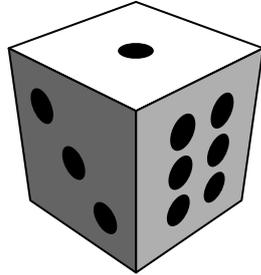
(b) .....



20EP11

Véase al dorso

9. Sungwon juega a un juego en el que tira un dado equilibrado de 6 caras y hace girar una ruleta equilibrada que tiene 4 sectores iguales. En cada ronda del juego se tira el dado una vez y se hace girar la ruleta una vez. La **puntuación** de cada ronda es la suma de los dos valores obtenidos. Por ejemplo, si saca un 1 con el dado y un 2 con la ruleta, la puntuación será igual a 3.



La siguiente figura representa el espacio muestral.

		Dado					
		1	2	3	4	5	6
Ruleta	1	●	●	●	●	●	●
	2	●	●	●	●	●	●
	3	●	●	●	●	●	●
	4	●	●	●	●	●	●

- (a) Halle la probabilidad de que la puntuación de Sungwon en la primera ronda sea mayor que 4. [2]

A continuación Sungwon juega una segunda ronda.

- (b) Halle la probabilidad de que la puntuación de Sungwon sea mayor que 4 en cada una de esas dos primeras rondas. [2]

Sungwon juega 11 rondas de este juego.

- (c) Halle el número esperado de veces que la puntuación de la ronda será mayor que 4. [2]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



**(Pregunta 9: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



20EP13

**Véase al dorso**

10. En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando al número entero más próximo.

Criselda viajó a Kota Kinabalu, en Malasia. En el aeropuerto vio la siguiente información en la oficina de cambio de divisas.

Cambio de divisas – ringgit malasio (MYR)		
Divisa	Venta	Compra
1 dólar de Singapur (SGD)	3,22	3,07
1 dólar estadounidense (USD)	4,45	4,25

Esto significa que en esta oficina de cambio de divisas **compran** USD a los viajeros y, a cambio, les entregan MYR según el tipo de cambio  $1 \text{ USD} = 4,25 \text{ MYR}$ . No se cobra ninguna comisión.

Criselda cambió 460 SGD a MYR.

(a) Calcule cuántos MYR recibió Criselda. [3]

Durante el tiempo que pasó en Kota Kinabalu, Criselda gastó 440 MYR. Volvió a la oficina de cambio de divisas y cambió el resto de sus MYR por USD.

(b) Calcule cuántos USD recibió Criselda. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



11. Elvis Presley fue un cantante muy famoso. A pesar de que murió en 1977, sigue habiendo muchos aficionados a su música que le rinden homenaje vistiéndose de Elvis y cantando sus canciones.

El número de imitadores de Elvis,  $N(t)$ , se puede modelizar mediante la siguiente función:

$$N(t) = 170 \times 1,31^t,$$

donde  $t$  es el número de años que han transcurrido desde 1977.

- (a) Escriba el número de imitadores de Elvis que había en 1977. [1]
- (b) Calcule el tiempo que pasó hasta que el número de imitadores de Elvis llegó a los 130 000. [2]
- (c) Calcule el número de imitadores de Elvis que habrá cuando  $t = 70$ . [2]

En el año 2047 se espera que la población mundial llegue a los 9 500 000 000 de personas.

- (d) Utilice esta información para explicar por qué este modelo del número de imitadores de Elvis no es realista. [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....  
.....  
.....



20EP15

Véase al dorso

12. La carrera solidaria Malthouse se celebró sobre una distancia de 5 kilómetros. Se registró el tiempo que tardó cada corredor en acabar la carrera y se comprobó que los datos seguían una distribución normal de media 28 minutos y desviación típica 5 minutos.

Se elige al azar a uno de los corredores que completaron la carrera.

- (a) Escriba la probabilidad de que este corredor tardara más de 28 minutos en completar la carrera. [1]
- (b) Calcule la probabilidad de que este corredor tardara menos de 26 minutos en completar la carrera. [2]

Se sabe que el 20% de los corredores tardaron más de 28 minutos y menos de  $k$  minutos en completar la carrera.

- (c) Halle el valor de  $k$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



13. Los huevos de gallina se clasifican en categorías (4, 5, 6, 7 u 8) en función de su peso. En una caja mixta vienen 12 huevos y puede haber huevos de cualquier categoría. Como parte de su proyecto de ciencias, Rocky compra 9 cajas mixtas y ordena los huevos por peso.

Categoría	Peso, $w$ (gramos)	Frecuencia
4	$40 \leq w < 50$	3
5	$50 \leq w < 60$	30
6	$60 \leq w < 70$	45
7	$70 \leq w < 80$	25
8	$80 \leq w < 90$	5

- (a) Indique si el peso de los huevos es una variable discreta o continua. [1]
- (b) Escriba la categoría modal de los huevos. [1]
- (c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar una estimación de la desviación típica del peso de los huevos. [2]

El peso medio de estos huevos es igual a 64,9 gramos, si redondeamos a tres cifras significativas.

- (d) Utilice la tabla y la respuesta que dio en el apartado (c) para hallar el número **más pequeño posible** de huevos que podrían encontrarse a menos de una desviación típica de la media. [2]

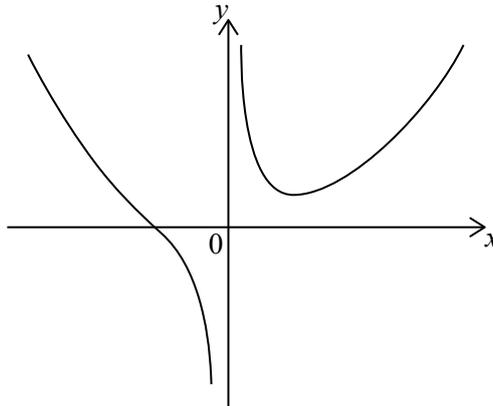
Operaciones:

Respuestas:

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



14. La siguiente figura muestra la curva  $y = \frac{x^2}{2} + \frac{2a}{x}$ ,  $x \neq 0$ .



La ecuación de la asíntota vertical de esta curva es  $x = k$ .

(a) Escriba el valor de  $k$ . [1]

(b) Halle  $\frac{dy}{dx}$ . [3]

En el punto donde  $x = 2$ , la pendiente de la tangente a la curva es igual a 0,5.

(c) Halle el valor de  $a$ . [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

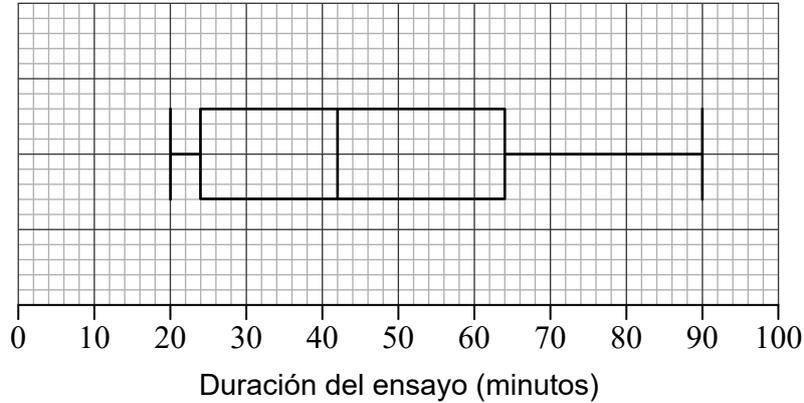
(b) .....

(c) .....



15. A Stephen lo invitaron a tocar un recital de piano. A modo de preparación para el concierto, Stephen fue anotando el tiempo, en minutos, que ensayaba cada día para dicho recital de piano.

Stephen estuvo ensayando 32 días; en el siguiente diagrama de caja y bigotes se muestran los datos correspondientes a todos estos días.



- (a) Escriba la mediana de la duración del ensayo. [1]

Stephen afirma que ensayó todos y cada uno de esos 32 días.

- (b) Indique si lo que dice Stephen es cierto. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

Hay  $k$  días en los que Stephen estuvo practicando exactamente 24 minutos.

- (c) Halle los posibles valores de  $k$ . [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....  
(b) .....  
(c) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20